

A COMPREENSÃO DO PROCESSO DE DESENHO E CONSTRUÇÃO DAS MUQARNAS NA ARQUITETURA ISLÂMICA

UNDERSTANDING THE DESIGN AND CONSTRUCTION PROCESS OF MUQARNAS IN ISLAMIC ARCHITECTURE

Vanessa de Oliveira Vianna Zaccarias ¹

Daniel de Carvalho Moreira ²

Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma investigação acerca dos princípios geométricos da arquitetura islâmica, encontrados principalmente em nichos, *mihabs* e *iwans*, com especial atenção ao elemento compositivo tridimensional das muqarnas. As muqarnas são alguns dos elementos mais complexos da arquitetura islâmica, também utilizadas em edifícios não islâmicos, como catedrais e palácios do ocidente. Sua complexidade, construção e beleza atraiu o interesse de estudiosos do mundo inteiro. Dessa forma, esta pesquisa teve por objetivo caracterizar os processos de desenho e construção desses elementos, cujas técnicas de execução ainda não possuem total clareza para os pesquisadores de arquitetura. Isso se fez através da análise de um recorte de exemplos pré-estabelecidos da Arquitetura Seljúcida: o Han do Sultão, em Kayseri, Turquia, e a Grande Mesquita de Isfahan, no Irã. Assim, buscou-se contribuir para as fontes bibliográficas nacionais e internacionais dedicadas a esse assunto, bem como para a compreensão do fazer arquitetura de uma das culturas mais ricas do mundo, a islâmica.

Palavras-chave: arquitetura islâmica; análise geométrica; muqarnas; cúpulas; fundamentos da arquitetura.

Abstract

This work aims to present an investigation into the geometric principles of Islamic architecture, found mainly in niches, *mihabs* and *iwans*, with special attention to the three-dimensional compositional element of muqarnas. Muqarnas are some of the most complex elements of Islamic architecture, also used in non-Islamic buildings, such as cathedrals and palaces in the West. Its complexity, construction and beauty attracted the interest of scholars from all over the world. Therefore, this research aimed to characterize the design and construction processes of these elements, whose execution techniques are still not completely clear to architectural researchers. This was done through the analysis of a selection of pre-established examples of Seljuq Architecture: the Sultan's Han, in Kayseri, Turkey, and the Great Mosque of Isfahan, in Iran. Thus, we sought to contribute to national and international projects dedicated to this subject, as well as to understanding the architecture of one of the richest cultures in the world, the Islamic.

Keywords: islamic architecture; geometric analysis; muqarnas; domes; fundamentals of architecture.

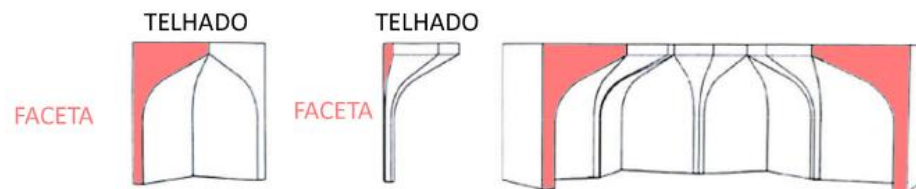
¹ Mestranda do Programa de Pós-Graduação Arquitetura, Tecnologia e Cidade, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, Brasil, e-mail: v225044@dac.unicamp.br; ORCID 0000-0001-6069-8867.

² Professor Associado, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, Brasil, e-mail: damore@unicamp.br; ORCID 0000-0002-7219-4006.

1. Introdução

As muqarnas são um sistema de projeção tridimensional de nichos usado em zonas de transição, como domos, portais e elementos decorativos (Garofalo, 2011). Elas são formadas por sequências geométricas complexas, chamadas de células e elementos intermediários, construídas a partir de camadas sobrepostas (Efendioglu, 2021). O matemático Al-Kashi do século XV as definiu como um teto semelhante a escadas com facetas e telhados planos. Cada faceta se cruza com a sua vizinha em ângulos de 90°, de 45°, a sua soma, ou outra combinação. Duas facetas vizinhas podem ser pensadas como pertencentes a um plano paralelo ao horizonte, e acima delas é construída uma superfície, plana ou curva, não paralela a esse horizonte, que forma o seu telhado. Facetas somadas com seus telhados constituem uma célula, e células adjacentes apoiadas em uma mesma superfície constituem uma camada, como representado na Figura 01 (Efendioglu, 2021).

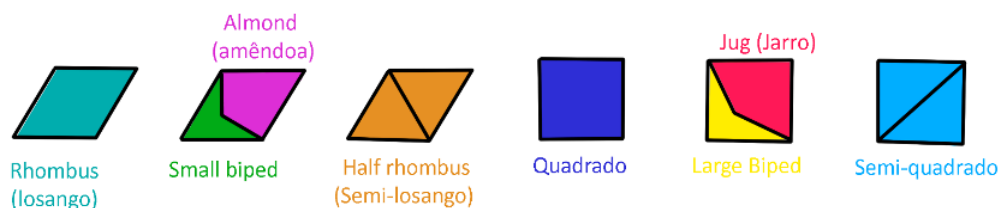
Figura 1: Uma célula, um elemento de transição e uma camada (da esquerda para a direita).



Fonte: Elaborado pelos autores, a partir de Efendioglu (2021).

As muqarnas são desenhadas a partir de formas 2D simples, que podem ser quadrados; semi-quadrados; losangos (*rhombus*); semi-losangos (*half rhombus*); e formatos de amêndoas (*almond*) e jarros (*jugs*), além dos "*large bipped*" e "*small bipped*", ilustrados pela Figura 02. Essas formas são posicionadas lado a lado em um mesmo plano bidimensional a partir do qual é construída a composição tridimensional. Trata-se de um processo de grande dificuldade posto que não há cortes ou elevações que auxiliem na construção.

Figura 2: Formas bidimensionais simples que originam as muqarnas.



Fonte: Elaborado pelos autores, a partir de Efendioglu (2021).

A origem das muqarnas ainda é bastante incerta. Porém, apesar das opiniões divergirem, geralmente atribui-se seu princípio à Pérsia Oriental, atual Irã, do século X d. C. Entretanto, Grabar (1978) afirma que as muqarnas se desenvolveram de forma quase simultânea e desconectada no nordeste do Irã do final do século X e no norte da África do século XII (Senhaji; Benslimane, 2019). Grabar (1978) diz que as muqarnas foram criadas e utilizadas nas cúpulas das construções para "(...) representar as cúpulas giratórias do paraíso." (Tabbaa, p. 68, 1985). Contudo, para o autor Tabbaa, há duas contradições para tal afirmação:

1. Essa abordagem se baseia em evidências externas, muitas vezes indisponíveis, e que, por isso, pode ser usada para a explicação de alguns exemplos de muqarnas, e não para o fenômeno em geral;
2. Qualquer cúpula construída pode representar o céu, logo as muqarnas não têm uma justificativa sólida para sua utilização com este fim.

Dessa maneira, Tabbaa assumiu uma posição oposta à de Grabar ao buscar o significado da forma na própria forma. Ele partiu da premissa da subdivisão da matéria em minúsculos segmentos inter-relacionados (os átomos), e de que isso implica em uma certa atitude em relação à matéria. Ou seja, a divisão de uma cúpula em segmentos acarreta uma concepção não só de si própria, mas também do próprio universo que ela representa. Dessa maneira, de forma inovadora, o autor relaciona as muqarnas à teoria atomística e remonta a sua origem à Bagdá no início do século XI d.C., época que coincidiu com o triunfo da visão atomista-ocasionalista do universo formulada por al-Baqillani e apoiada pelo califa al-Qadir (991-1031 d.C.).

A autora Rocco (2009) parte da mesma premissa ao explicar a natureza simbólica das muqarnas. Ela afirma que “Deus criou o universo e constantemente o recria, pois os atributos da matéria são transitórios e a colocação dos seus átomos necessita da constante interferência de Deus” (Rocco, 2009, p. 97). Ou seja, de acordo com essa linha de pensamento, os islâmicos conseguiram representar em sua arquitetura religiosa a criação do universo por Deus a partir de padrões geométricos tridimensionais complexos. Esse fato segue a mesma lógica da arte islâmica em geral, que não se utiliza de Figuras humanas em suas representações, mas sim de padrões florais e geométricos. Entretanto é difícil afirmar se essas formas foram construídas inicialmente com essa intenção simbólica ou se foram carregadas de significados após terem recebido a sua aplicação decorativa (Rocco, 2009).

Figura 3: Muqarnas do Portal de entrada do Han do Sultão.

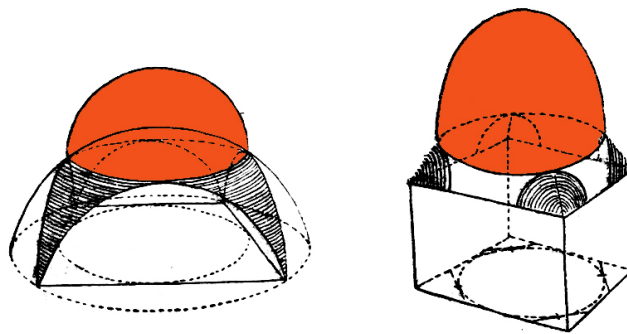


Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Sultan_Han#/media/File:Sultanhani_-_Portal_au%C3%9Fen_2_Muquarnas.jpg.

Sobre suas origens geométricas e formais, é proposto que as muqarnas se originaram no espaço decorrente da transformação de uma planta quadrada em octógono, ou seja, no elemento arquitetônico de planta triangular que é formado quando uma cúpula de planta octogonal ou circular é sobreposta a uma planta quadrada. Essa questão arquitetônica surgiu pela primeira vez em territórios da Pérsia Sassânida, quando uma cúpula foi colocada sobre uma planta quadrada originando quatro cantos triangulares “residuais”. Este problema foi resolvido através dos *squinches* (ou, em sua tradução, trompas de ângulo) e dos pendentes, que são considerados elementos arquitetônicos menores dentro do complexo da construção,

mas cuja invenção é tida como extremamente importante (Gonzalo; Alkadl, 2018). Trompas de ângulo são “(...) arcos ou mísulas construídos de maneira diagonal na quina superior interna de uma torre quadrada para sustentar o lado de uma estrutura octogonal ou esférica superposta” (Ching; Jarzombek; Prakash, p. 809, 2016). Já os pendentes são “(...) triângulos esféricos que formam a transição entre a planta circular de uma cúpula e a planta poligonal de seu apoio” (Ching; Jarzombek; Prakash, p. 807, 2016).

Figura 4: Croqui retratando a diferença entre pendentes (esquerda) e trompas de ângulo (direita).



Fonte: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Prelazi_iz_kvadrata_u_krug_01.jpg

De acordo com a teoria de Stierlin (1976), as estruturas das muqarnas são na verdade várias trompas de ângulo pequenas. A partir disso, é possível afirmar que elas eram completamente estruturais no início de seu desenvolvimento, ao desempenhar o papel de transição entre a base quadrada e a base circular, e só depois foram transformadas em estruturas decorativas que resultaram em sua forma final de hoje. Na realidade, essa é uma das características intrínsecas da arquitetura islâmica: confundir o observador ao não deixar claro à primeira vista se a forma em questão é de caráter estrutural ou decorativa (Kazempourfard, 2014).

Entretanto, apesar de sua técnica ter sido aperfeiçoada pelos persas, como as pesquisas levam a crer, acredita-se que as muqarnas foram disseminadas pelo mundo islâmico pelos povos seljúcidas. Os seljúcidas eram da tribo turca dos oguzes, que recebeu o nome de Seljuk, um de seus líderes. O sultão Mahmoud Ghaznavi em 1025 constituiu o domínio seljúcida ao criar um império que gradualmente cobriu grandes áreas, como a Ásia Menor, e desencadeou largos desenvolvimentos étnicos e linguísticos em diferentes locais (Dehkordi, 2016).

O período seljúcida teve quase dois séculos de duração no Irã, que começou na primeira metade do século X e continuou até o século XII. Esse cenário histórico não aparentava ser um ambiente favorável a desenvolvimentos artísticos, porém se mostrou muito significativo no avanço de todos os campos da arte (Dehkordi, 2016).

Após chegar ao poder, os seljúcidas expandiram seus domínios da Ásia Central ao Egito, renovaram a arte e a ciência e iniciaram um renascimento no mundo muçulmano, especialmente no Irã. Neste momento, o espaço científico, político e cultural do Irã testemunhou o surgimento de personalidades raras como Khaje Nezamolmolk na política; Omar Khayyam, Nezami Ganjavi e Khagani na literatura; e Naser Khosrow Ghobadiani, e Imam Mohammad Ghazali na filosofia (Dehkordi, 2016).

Sendo assim, o período seljúcida pode ser considerado um ponto de virada científico e cultural, o que engloba a arquitetura iraniana. O uso de elementos de tijolo e estuque como materiais e como componentes da decoração são as características mais importantes dessa época. Os artistas encontraram novas formas de decoração do edifício através da junção do gesso e do tijolo, combinando as características artísticas destes dois materiais (Dehkordi, 2016).

Dessa forma, existem informações documentadas sobre as técnicas plásticas de produção das muqarnas, mas são poucas as descrições sobre como sua unidade é formada, e a técnica de produção de sua alvenaria (Efendioglu, 2021). Com isso, a relevância imediata deste trabalho se justifica na lacuna de fontes bibliográficas acerca dos princípios geométricos de composição das muqarnas, e da consequente explicação das suas técnicas construtivas. Isto posto, a metodologia adotada para esse fim na presente investigação se caracterizou pela busca teórica das descrições desses processos e dos seus significados simbólicos, seguida por etapas de natureza prática, através da realização de desenhos e modelos tridimensionais de muqarnas com foco em dois objetos de análise da arquitetura Seljúcida, o Han do Sultão, em Kayseri, Turquia, e a Grande Mesquita de Isfahan, no Irã, com o intuito de colocar em prática as técnicas aprendidas.

2. Metodologia

As atividades desenvolvidas apresentadas a seguir se organizaram em quatro principais etapas: [1] estudo da arquitetura e ornamentação das construções selecionadas como exemplo, o Han do Sultão, em Kayseri, Turquia, e a Grande Mesquita de Isfahan, no Irã, com foco no emprego das muqarnas nas áreas específicas de seus programas, através de fotografias, plantas, cortes, elevações e ilustrações encontradas; [2] seleção e análise de estratégias de construção geométrica dentre as levantadas na literatura que se encaixam no recorte dos exemplos selecionados; [3] estudo desses processos de construção geométrica e execução a partir de experimentação prática, aplicada na compreensão dos exemplos, através das etapas de (a) desenho bidimensional a mão, e b) realização de modelagem 3D no software *SketchUp*; [4] apresentação dos resultados obtidos através da descrição dos princípios geométricos caracterizados, relacionados aos desenhos e modelos realizados, bem como aos seus significados simbólicos encontrados.

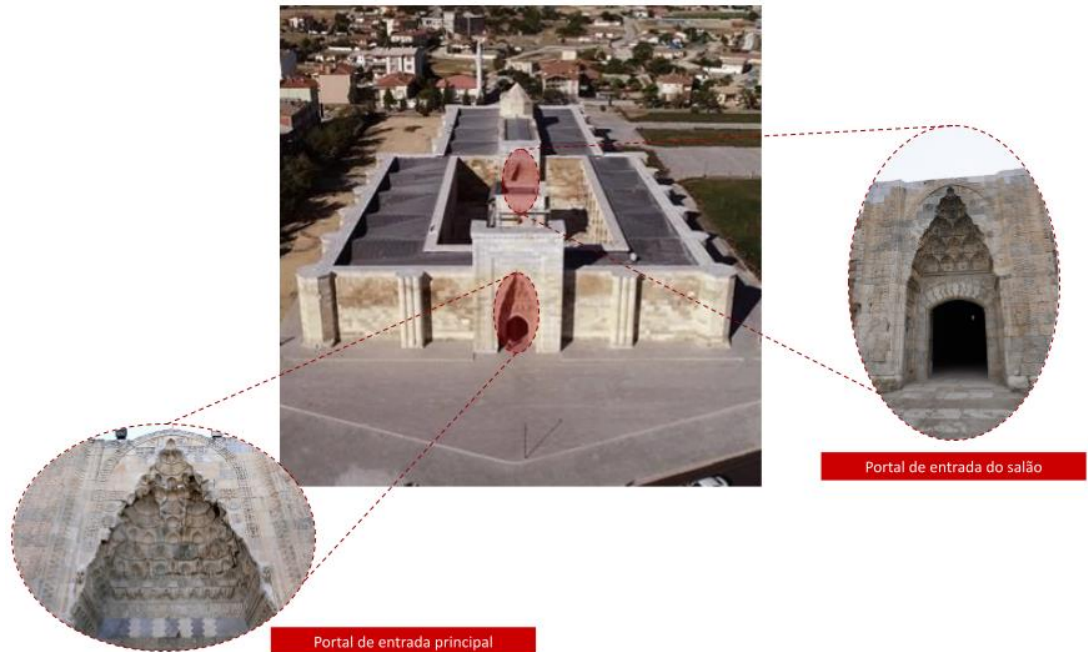
2.1. Estudo da Arquitetura e Ornamentação das Construções Selecionadas

Devido às muitas expansões de seu Império, os Seljúcidas começaram a ter necessidade de construir caravanserais, caracterizados como pontos de repouso para as caravanas, com o fim de oferecer abrigo a seus viajantes, camelos e cargas. Um dos exemplares mais importantes para a época foi o Han do Sultão, em Kayseri, Turquia, que ficou conhecido como o maior de todos, com 4.500 m². Seu portal de entrada possui uma estrutura externa coberta por delicado padrão floral e o tímpano acima da porta é composto por um padrão geométrico abstrato, advindo das muqarnas, e em formato cônico. O portal de entrada ao salão, em seu interior, segue essa mesma linguagem (Ching; Jarzombek; Prakash, 2016).

Seu projeto tem duas partes: um edifício com pátio central e um salão. O conjunto abrigava uma sala de banhos, uma cozinha, um recinto para pessoas importantes, e, em sua parte central, uma mesquita de forma quadrada, o que não era comum para este tipo de edificação. Já o grande salão era totalmente abobadado e possuía uma nave principal e duas

laterais, com janelas de quatro metros de altura a cada vão. Esse prédio possui a tradição da alvenaria de pedra advinda dos armênios (Ching; Jarzombek; Prakash, 2016).

Figura 5: Indicação das muqarnas do Han do Sultão.



Fonte: Elaborado pelos autores a partir de https://en.wikipedia.org/wiki/Sultan_Han#

Já a Mesquita do Xá, em Isfahan, teve sua construção iniciada em 1611 pelo Império Seljúcida, que estava em franca expansão na época. A cidade de Isfahan se tornou, em decorrência disso, um dos maiores entrepostos comerciais da história e assim se fazia necessária a presença de um grande templo que a representasse. Foi desse modo que a Grande Mesquita de Isfahan foi construída, a partir da reconstrução de uma mesquita anterior e com uma nova tipologia para este templo de então: a mesquita com quatro *iwans*. Um *iwan* é uma grande área de passagem coberta por uma abóbada e geralmente construída na ponta de um pátio (Stierlin, 2002). Isso permite a criação de um grande portal na fachada que é chamado de *pishtaq*³, que pode ser decorado com azulejos, caligrafia e elementos geométricos, como as muqarnas.

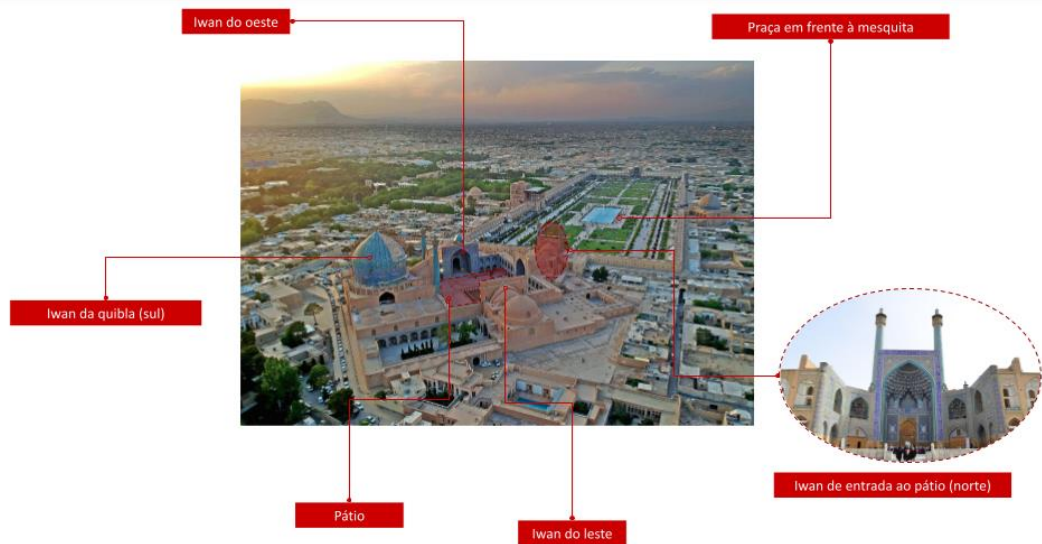
O pátio da mesquita possui 70 metros de lado, e é rodeado por *iwans* caracterizados como arcadas de dois níveis que “(...) se destacam pelo equilíbrio entre organização volumétrica, detalhamento ornamental e simetria unificadora” (Ching; Jarzombek; Prakash, 2016, p. 532). Ela está disposta a 45° da praça a sua frente de maneira a orientar-se para Meca, e é composta praticamente só por tijolos.

Seus *iwans* são grandes obras primas de ornamentação, com especial atenção para a entrada da mesquita (Figura 06), dotada de azulejos em seis cores diferentes (azul escuro, azul claro, branco, preto, amarelo e verde), que decoram as muitas fileiras de muqarnas que

³ Pishtaq. Oxford Reference. Disponível em: <<https://www.oxfordreference.com/view/10.1093/oi/authority.20110803100328853>>. Acesso em: 31 mar. 2022.

preenchem sua meia cúpula. Alguns painéis são decorados com estrelas e plantas em vasos (Ching; Jarzombek; Prakash, 2016).

Figura 6: Indicação das principais áreas da Mesquita de Isfahan.



Fonte: Elaborado pelos autores, a partir de <https://en.wikipedia.org/wiki/Isfahan>

2.2. Estratégias de Construção Geométricas Selecionadas Para Estudo

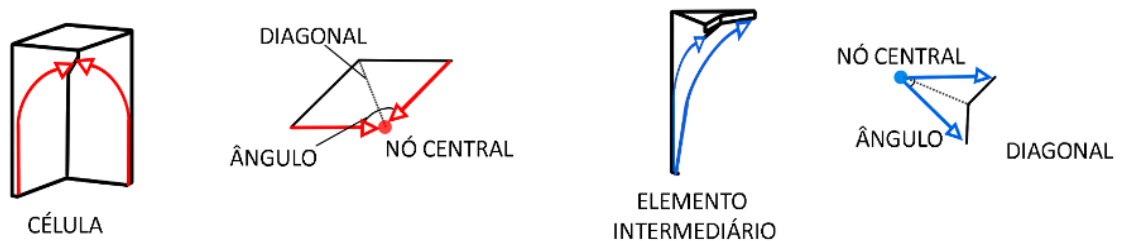
Como já mencionado, a principal característica de construção das muqarnas é a possibilidade de representar sua forma tridimensional como um contorno bidimensional. A pergunta que fica a partir disso é se esta projeção contém todas as informações necessárias para a criação da forma 3D. A resposta é não, a visão 2D carece de informações espaciais, como, por exemplo, a distinção das camadas horizontais. Nas projeções dos planos de muqarnas, as diferentes formas dos elementos são distinguíveis, mas não é possível entender qual elemento pertence a qual camada. Esta informação não está incluída nas projeções do plano e precisa ser decodificada (Gherardini, 2016).

Alguns autores produzem estudos que procuram incluir as informações tridimensionais no desenho, como é o caso de Harmsen et al. (2007) que fazem uma abordagem baseada na teoria dos grafos e tornam possível incluir as informações da estrutura das muqarnas 3D no contorno 2D. Isso é feito construindo um sub grafo direcionado a partir do projeto de muqarnas. Os autores propõem representar cada lado curvo das células por uma seta apontando para o ápice do elemento associado (Gherardini, 2016).

Descreve-se o método utilizado pelos autores: com o intuito de converter um plano de muqarnas em uma representação 3D é necessário saber a posição das camadas, a orientação e o tipo, célula ou elemento intermediário, para cada Figura no plano. Para decidir sobre seu tipo, é importante saber quais arestas desenhadas no plano correspondem aos seus lados curvos. Ao descobrir quais lados são curvos, é possível decidir sobre o nó central, ou seja, o ápice do elemento, e, portanto, a orientação da Figura. A direção da curva em relação ao seu nó central decifra o tipo de elemento (Harmsen et al., 2007).

Dessa maneira, para construir as muqarnas a partir de seu plano 2D, interpreta-se o plano como um grafo $P = P(N, E)$. Isso significa que os nós N e as arestas E é que se encontram no plano, e não os polígonos que representam os elementos. Em geral, uma aresta corresponde aos lados de dois elementos, que são adjacentes na projeção do plano, mas não necessariamente se encontram na mesma camada. Na Figura 7 estão desenhados uma célula e um elemento intermediário, e suas respectivas projeções, com arcos apontando para a parte superior do lado curvo, os seus ápices ou nós centrais. No plano P , as arestas que são projeções de lados curvos aparecem como arcos e definem um sub grafo (Figura 8, direita). Se dois arcos se unem em seus extremos, esses arcos definem uma célula, se eles se unem em seus pontos iniciais, definem um elemento intermediário (Harmsen et al., 2007).

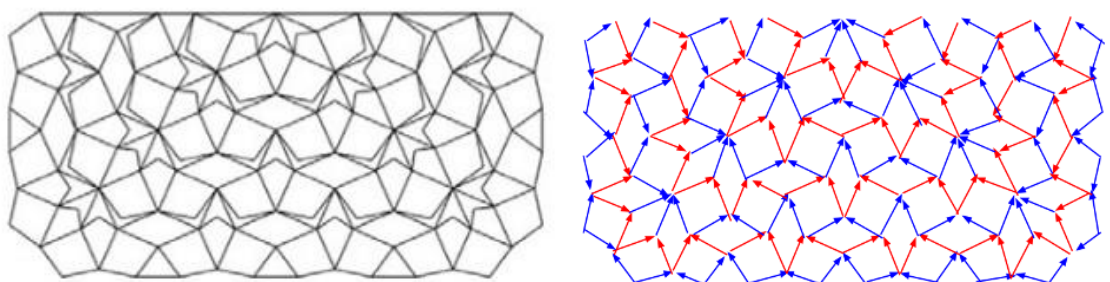
Figura 7: Setas que definem os lados curvos de um elemento.



Fonte: Elaborado pelos autores, a partir de Harmsen et al., 2007.

Sobre as camadas em si: sua altura é contada em números inteiros, e é possível observar que um único nó no plano pode representar um vértice de múltiplos elementos pertencentes a diferentes camadas. Assim, define-se a altura $h(n)$ de um nó $n \in N$ pela altura mínima da camada que contém este vértice. Seguir a direção de um arco na projeção significa subir para o próximo nível dos nós de muqarnas. Harmsen et al. (2007) diferenciam os níveis no desenho com as cores azul e vermelho, alternando-as de camada para camada, sendo possível determinar as alturas para todos os nós $n \in N$. Os autores tomaram para si então a tarefa de encontrar o grafo G direcionado a partir do plano P e então reconstruir muqarnas existentes na forma de 3D virtuais (HARMSSEN ET AL., 2007).

Figura 8: Geração de um grafo (direita) a partir do desenho bidimensional (esquerda). Primeiro são removidas as arestas que não são curvas, e depois são identificados os nós, as direções das setas e as camadas vermelhas e azuis.



Fonte: Elaborado pelos autores, a partir de Dinçer e Yazar (2021), baseado em Harmsen et al. (2007).

Outra metodologia encontrada foi a de Dinçer e Yazar (2021), que realizaram três métodos de modelagem para as muqarnas do portal interno (de entrada ao salão) do Han do Sultão. O primeiro é a denominada “modelagem baseada em elementos”, que inclui as etapas: [1] identificação e cálculo das formas 2D individuais de cada muqarna, os chamados *jug*, *square*, *half square*, *large biped*, *small biped*, *almond*, e *rhombus*; [2] organização dos elementos em um layout 2D, através do cálculo de suas proporções e da sua combinação, de maneira a recriar a projeção 2D da cúpula das muqarnas; [3] elevação dos elementos em camadas, que usa um princípio semelhante ao dos grafos de Harmsen et al. (2007).

O segundo é a chamada “modelagem baseada em mosaico”, e é caracterizado pelas etapas: [1] Determinação do mosaico subjacente, o que gera, a partir de modelagem paramétrica, a projeção 2D das muqarnas, sem precisar da análise individual de cada elemento; [2] Derivação dos componentes individuais das muqarnas a partir do mosaico criado na etapa 1; [3] Elevação dos componentes em camadas a partir de uma sequência numérica. De acordo com os autores, esse método gera elementos que não são considerados os “clássicos” das muqarnas, o que reflete em uma numeração de camadas diferente do que eles chamam de “sistema clássico de níveis”; [4] Modelagem 3D dos componentes numerados.

Já o terceiro é a “modelagem baseada em blocos”, que é composto das etapas: [1] Mesclar os elementos individuais das muqarnas em blocos. Esta etapa é justificada pelo fato de que há uma questão de concepção e planejamento para a construção das muqarnas, que não possuíam apenas caráter estético, mas também estrutural. Os artesãos seljúcidas geralmente executavam o trabalho a partir dos blocos das camadas, e é isso que esta primeira etapa faz, ela determina os blocos de pedra das muqarnas considerando o padrão de alvenaria usado na construção. [2] Implementação do padrão de alvenaria para finalizar o processo, que se baseia nas prováveis escolhas do mestre de obras no momento de execução do portal, pois ele precisou decidir o padrão sequencial dentro do volume determinado.

3. Resultados

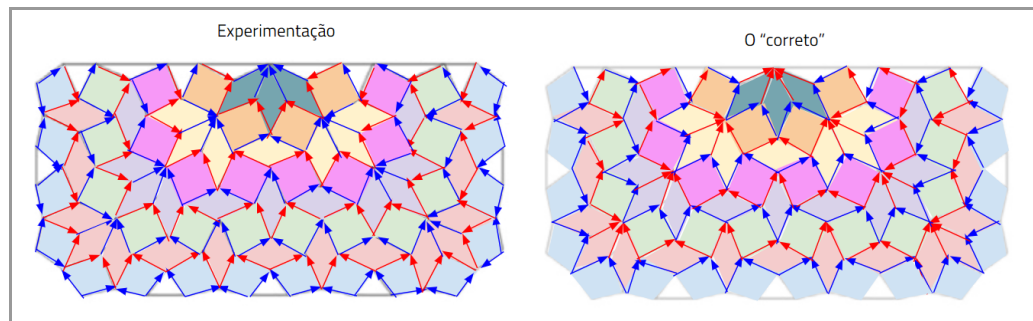
Os resultados são divididos em: [3.1] Análise geométrica do pórtico interno do Han do Sultão, Turquia; [3.2] Análise geométrica do Iwan da entrada da mesquita de Isfahan, Irã; e [3.3] Propostas de dimensionamento e modelagem 3D para o Han do Sultão.

3.1. Análise Geométrica do Pórtico Interno do Han do Sultão, Turquia

A metodologia utilizada para analisar o estudo de caso do Han do Sultão foi estudar um a um os 2Ds e 3Ds dos três métodos propostos por Dinçer e Yazar (2021) através da óptica do método de Harmsen et. al. (2007) de forma a melhor compreender a composição de seu portal interno, para sua posterior proposta de modelagem apresentada no item 3.3 deste texto.

Começando pela “modelagem baseada em elementos”, uma primeira tentativa de aplicação do método de Harmsen et al. (2007) resultou no grafo presente à esquerda da Figura 9 abaixo, no qual as camadas são diferenciadas por cores. A partir da análise da ordem de “subida” fornecida pelo artigo, foi possível observar uma divergência na proposição do “ponto de partida” das camadas, o que resultou em uma segunda proposta à direita da Figura. Duas observações nasceram desta análise, que são: [1] Toda seta nasce do encontro de duas; [2] Se duas setas não dão origem a outras, então o que elas estão representando não é um lado curvo de muqarna e, por consequência, estão incorretas.

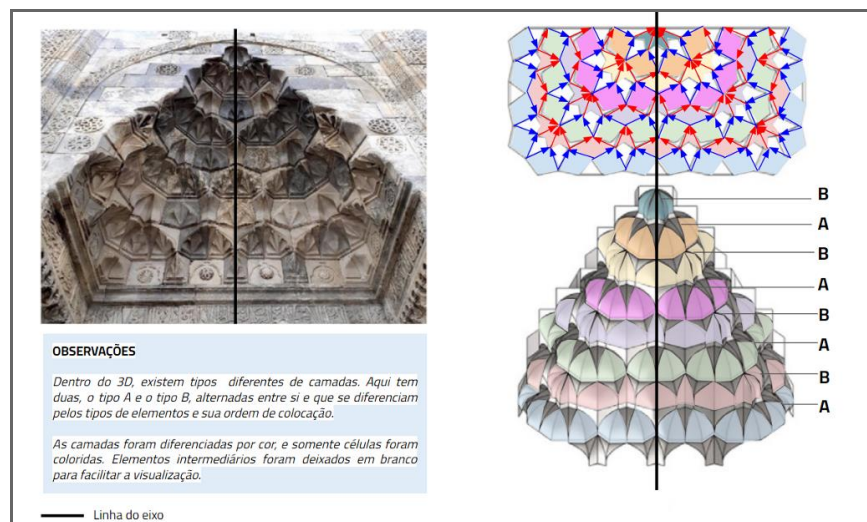
Figura 9: Primeira tentativa de aplicação do método de Harmsen et al. (2007).



Fonte: Elaborado pelos autores, a partir de Dinçer e Yazar (2021).

A partir disso, foi proposta a identificação desses elementos no 3D, com uma releitura do grafo 2D de maneira a deixar os elementos intermediários em branco com o objetivo de facilitar a visualização. Foi traçado um eixo no desenho, e a projeção bidimensional foi comparada com a sua contraparte tridimensional.

Figura 10: Identificação dos elementos no 3D da “modelagem baseada em elementos”.

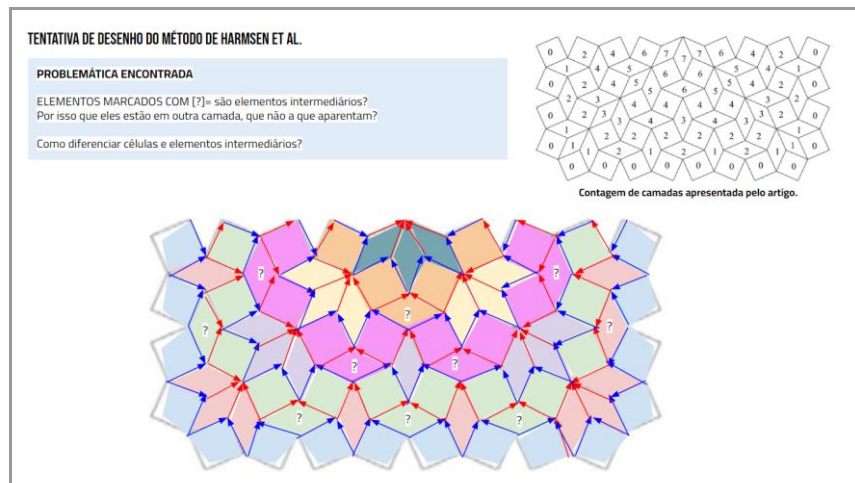


Fonte: Elaborado pelos autores, a partir de Dinçer e Yazar (2021).

Depois, foi analisado o método da “modelagem baseada em mosaico”, que causou estranheza, pois o artigo apresentou uma contagem de camadas que não condizia com a encontrada pelo método de Harmsen et al. (2007), o que pode levar à conclusão inicial de que neste caso o método falhou. Porém, como foi mencionado, Dinçer e Yazar (2021) afirmam em seu trabalho que este segundo modelo gera elementos que não são considerados as muqarnas “clássicas”, ou de geometria normal, o que reflete em uma numeração de camadas diferente do que é chamado de “sistema clássico de níveis”. Assim, mesmo quando falha, o método dos grafos se prova eficaz, ao identificar um modelo que foi gerado de outra maneira.

Abaixo, na Figura 11, estão marcados com um ponto de interrogação os elementos que, neste modelo, estão em uma camada diferente da que estariam se o método dos grafos funcionasse para este caso. Esses elementos estão todos acima da camada na qual estariam.

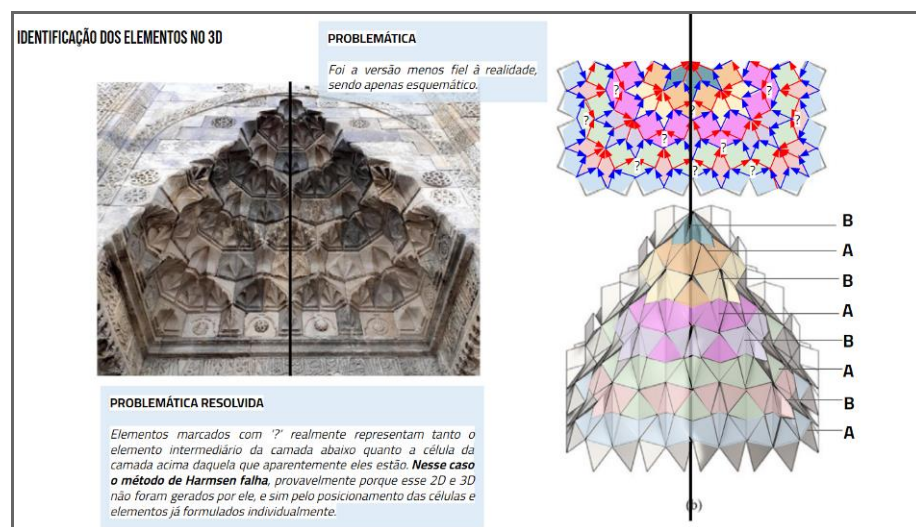
Figura 11: Segunda aplicação do método de Harmsen et al. (2007).



Fonte: Elaborado pelos autores, a partir de Dinçer e Yazar (2021).

A identificação dos elementos no 3D também corroborou para a falha do método de Harmsen et al. (2007) neste caso, como mostra a Figura 12.

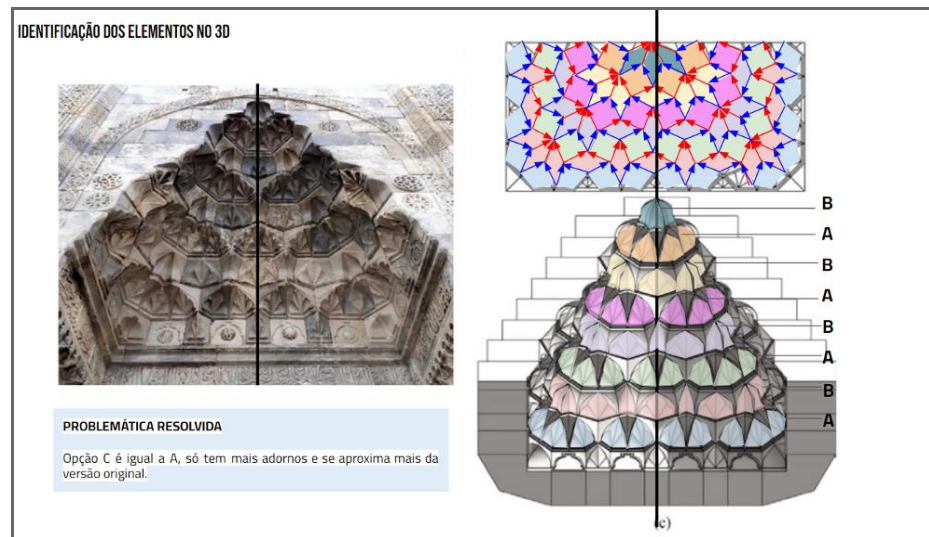
Figura 12: Identificação dos elementos no 3D da “modelagem baseada em mosaico”.



Fonte: Elaborado pelos autores, a partir de Dinçer e Yazar (2021).

Já para o método da “modelagem baseada em blocos”, foi constatado que sua configuração é muito semelhante ao primeiro, apenas possuindo mais adornos e se aproximando mais da realidade. Sendo assim, como este terceiro método tem por base a construção empírica das muqarnas, pode-se constatar que o método da “modelagem baseada em elementos” em conjunto com o método de Harmsen et al. (2007) se trata de uma boa abordagem para a compreensão da geometria compositiva de uma cúpula de muqarnas.

Figura 13: Identificação dos elementos no 3D da “modelagem baseada em blocos”.



Fonte: Elaborado pelos autores, a partir de Dinçer e Yazari (2021).

3.2. Análise geométrica do Iwan da entrada da mesquita de Isfahan, Irã.

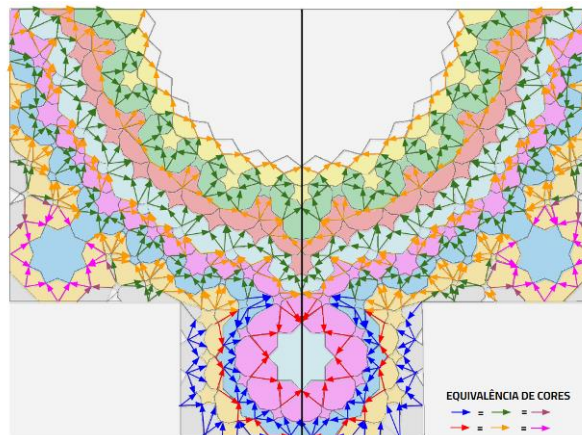
Prosseguindo com o descoberto com o Han do Sultão, o estudo da Mesquita de Isfahan foi baseada na aplicação do método de Harmsen et. al. (2007) em bases 2D encontradas no trabalho de Gherardini e Leali (2016) que, a partir de uma ferramenta da Autodesk chamada 123D Catch, que trabalha a partir de fotografias, conseguiram gerar uma forma tridimensional baseada no relevo da estrutura do Iwan. Com isso, eles puderam desenvolver um modelo 2D dessas muqarnas, bem como uma análise sobre seus elementos e camadas.

Gherardini e Leali (2016) perceberam que o iwan de entrada da Mesquita de Isfahan é consideravelmente complexo ao apresentar quatro subestruturas de muqarnas com suas ordens próprias de “subida” das camadas. Além disso, eles também mapearam elementos planos da estrutura, as estrelas de muitas pontas, que não contribuem para a progressão das camadas, e, com a aplicação do método de Harmsen et. al. (2007), equivalem às setas anteriores a eles. As próximas setas partem deles como se eles não estivessem ali, e eles fazem parte da próxima camada.

A primeira tentativa de aplicação do método dos grafos na base extraída do artigo causou estranheza justamente pelo portal apresentar quatro subestruturas independentes, sendo inviável propor uma relação de continuidade entre elas a partir das setas no desenho bidimensional. A Figura 14 abaixo apresenta circulado em rosa as “fronteiras” entre essas subestruturas e a problemática de tentar propor uma ordem de setas entre elas.

A solução encontrada para isso foi a proposta de uma equivalência de cores para as setas (Figura 15), de maneira a criar “quatro grafos diferentes de Harmsen et. al. (2007)” para as quatro subestruturas.

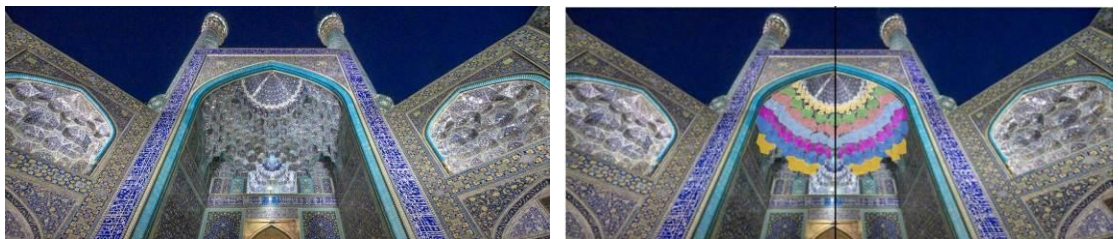
Figura 16: Divisão das camadas por cor.



Fonte: Elaborado pelos autores, a partir de Gherardini e Leali (2016).

Com isso, foi possível identificar os elementos das muqarnas no 3D através de uma fotografia do portal (Figura 17).

Figura 17: Antes e Depois - Identificação dos elementos na fotografia



Fonte: Elaborado pelos autores, a partir de <https://www.flickr.com/search/?text=the+great+mosque+of+isfahan+>

Com essa análise, a alta complexidade do Iwan da Mesquita de Isfahan em comparação com o Portal interno do Han do Sultão foi apreendida. Aqui não existe tipo A e tipo B de camadas, todas diferem entre si. Elas tendem a ser uniformes dentro de si, pois são compostas por elementos de repetição, ou módulos, feitos de células e elementos intermediários.

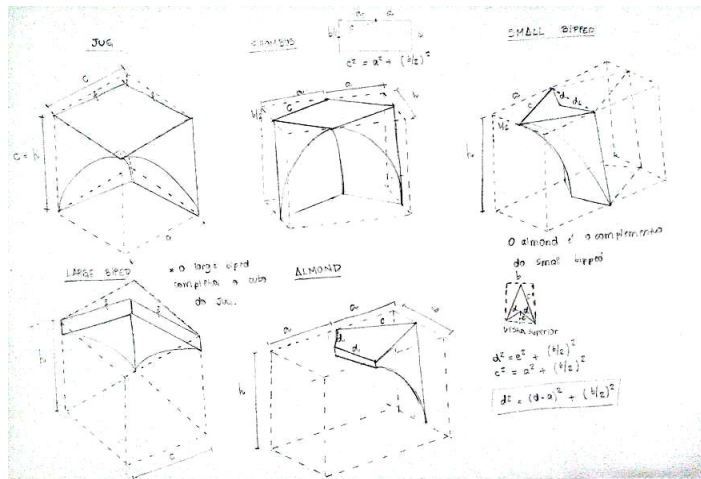
Por exemplo, a camada amarela tem por bases planas as estrelas de cinco pontas; já a verde fica em volta das estrelas amarelas, com seis elementos intermediários e duas células. A vermelha possui pares de células intercaladas com três elementos intermediários. A azul claro tem células intercaladas por três elementos intermediários e uma pequena célula, e assim sucessivamente.

3.3. Propostas de Dimensionamento e Modelagem 3D para o Han do Sultão

Aqui se apresentam as propostas de dimensão das peças para a realização da modelagem do pórtico do Han do Sultão. Com base em Dinçer e Yazar (2021), foram identificadas três células (*jug*, *rhombus* e *small biped*) e dois elementos intermediários (*large biped* e *almond*), que foram desenhados a mão, a partir dos modelos dos autores, para sua melhor compreensão e análise (Figura 18). A peça *jug* e *large biped* estão inscritas em um cubo de lado de medida c , e

se complementam. Já a *peça rhombus*, *small biped* e *almond* estão em um paralelepípedo de base $2a \times b$ que, pelo Teorema de Pitágoras, dá origem aos seus lados maiores também de medida c . As peças *small biped* e *almond* também se complementam. Todas as alturas são de medida c .

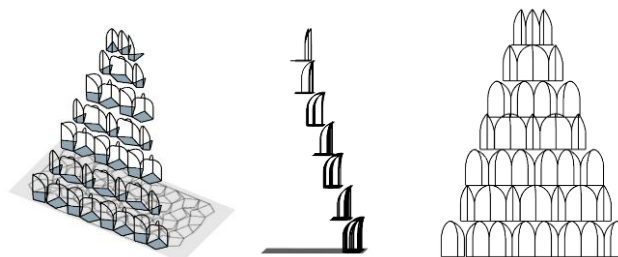
Figura 18: Croquis a mão das muqarnas que compõem o pórtico



Fonte: Elaborado pelos autores, a partir de Dinçer e Yazar (2021).

De posse dessas informações, a primeira tentativa de modelagem foi realizada no software *SketchUP*, porém ela foi incorreta, como é possível observar na Figura 19 abaixo. Em um primeiro momento, foi proposta uma estrutura de arame de base poligonal somente para as células, que foram dispostas em uma “escada” a partir do layout 2D de Dinçer e Yazar (2021). Entretanto, essa “escada” estava equivocada, pois uma cúpula de muqarnas se faz ao contrário. A projeção 2D não é como uma planta convencional que é vista de cima para baixo, mas sim de baixo para cima, justamente como um observador que contempla a cúpula e olha para seu ápice.

Figura 19: Primeira tentativa de modelagem

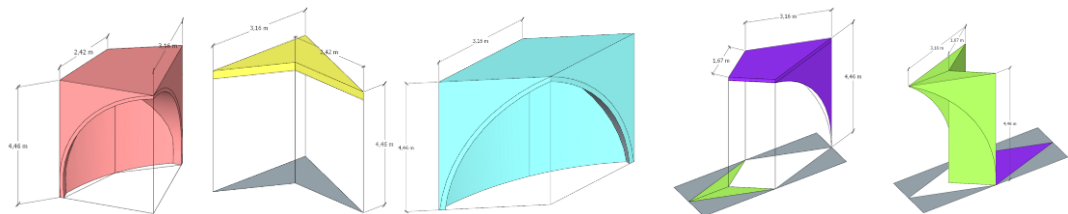


Fonte: Elaborado pelos autores.

Em seguida, muqarnas sólidas foram propostas (Figura 20), justamente para que seus encaixes pudessem ser reproduzidos. Os 3Ds de cada peça foram gerados a partir de suas bases geométricas, sendo a construção de suas curvas não vinculada a construção geométrica e, portanto, não reproduzida. As primeiras dimensões definidas para os elementos se

basearam apenas em medidas que satisfizessem as condições para *a*, *b* e *c* ilustradas na Figura 18.

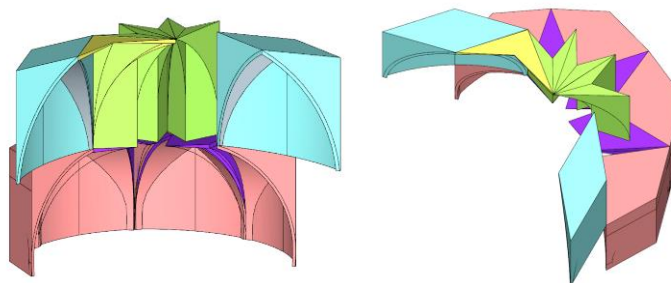
Figura 20: Primeiros volumes criados. Da esquerda para a direita: *jug*, *large biped*, *rhombus*, *almond*, *small biped*



Fonte: Elaborado pelos autores.

Entretanto, isso resultou na falha dos encaixes entre as peças, em especial quando as camadas fazem a “curva” na lateral da cúpula, se utilizando da combinação de *small bipeds* e *almonds*. Como é possível observar na Figura 21 abaixo, que demonstra um fragmento da cúpula, os *almonds* em roxo estão entre os *jugs* rosas, e eles servem de base para os *small bipeds* verdes. Porém, os encaixes não funcionam e as peças que deveriam se complementar não o fazem.

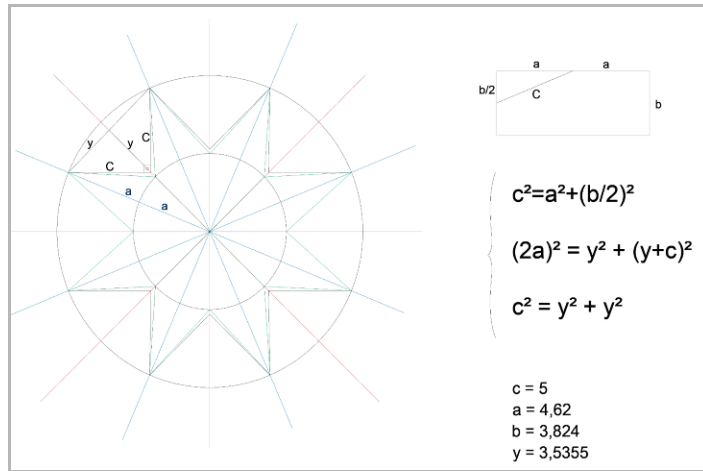
Figura 21: Falhas nos encaixes



Fonte: Elaborado pelos autores.

Com isso, uma nova etapa da investigação foi iniciada, com a necessidade de propor uma relação de encaixes e valores corretos para que as peças se completassem corretamente. Essa relação foi proposta através do Teorema de Pitágoras como mostra a Figura 22, onde o triângulo de lados *c* representa o ângulo reto da peça *jug*, e o losango verde, inscrito no círculo de raio = $2a$, representa a peça *rhombus* e os encaixes *small biped* e *almond*. De posse desse desenho, em conjunto com o retângulo de base $2a \times b$ já indicado anteriormente, foram descobertas as equações que demonstram as relações entre as dimensões e suas respectivas medidas, para que os encaixes entre as peças funcionem. Com essas medidas, foi possível realizar a nova modelagem das peças no software *SketchUp*.

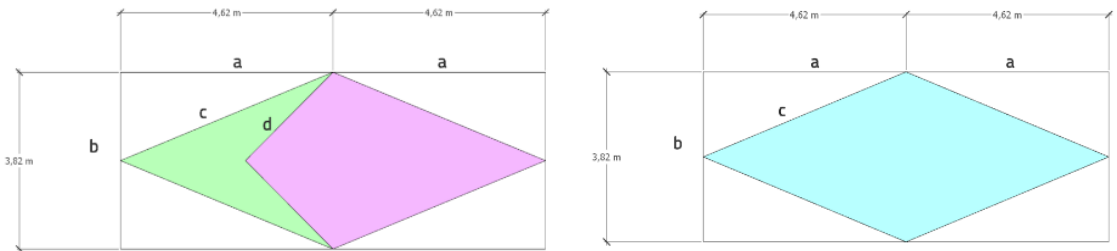
Figura 22: Relação entre as peças e cálculo das dimensões para o encaixe correto



Fonte: Elaborado pelos autores.

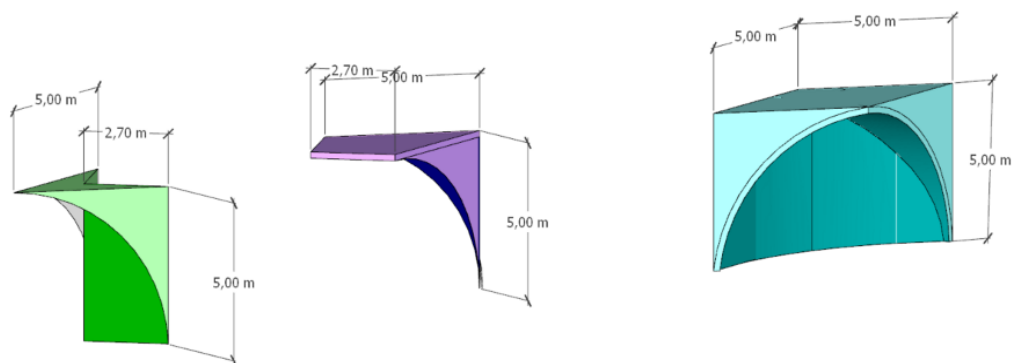
Sendo assim, para que o encaixe funcione corretamente, adotando o valor $c = 5$, o valor “a” precisa ser igual a 4,62, o “b”, 3,824 e o “y”, 3,5355. Dessa maneira, novas bases foram desenhadas para dar origem às muqarnas recalculadas. Como já mencionado, o retângulo de $2a \times b$ dá origem ao *rhombus*, *small biped* e *almond*, como demonstra a Figura 23 abaixo.

Figura 23: As bases 2D que dão origem ao *small biped* (verde), ao *almond* (roxo) e ao *rhombus* (azul). Todas têm origem no retângulo de $2a \times b$.



Fonte: Elaborado pelos autores.

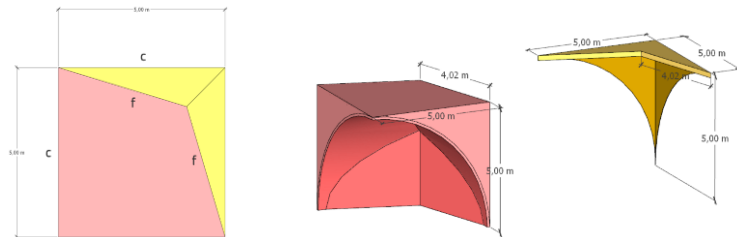
Figura 24: *Small biped* (verde), *almond* (roxo) e *rhombus* (azul).



Fonte: Elaborado pelos autores.

Já para o *jug* e o *large biped* a base é um quadrado de $c \times c$ (Figura 25). Todas as peças têm a mesma altura de $c = 5$.

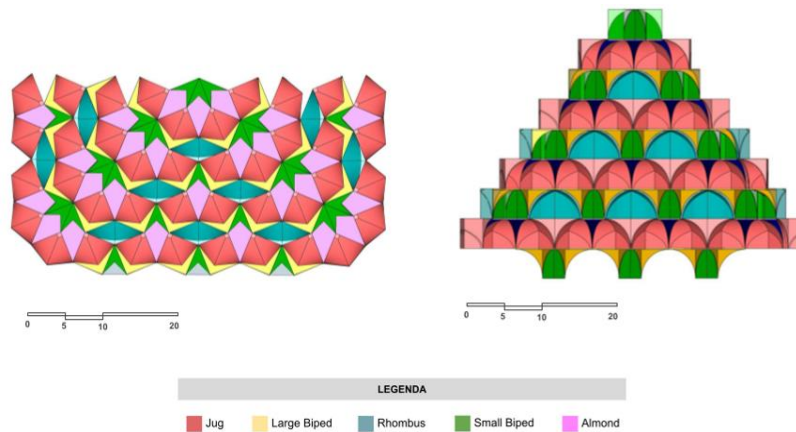
Figura 25: Base 2D do cubo de lado c que dá origem ao *jug* (rosa) e ao *large biped* (amarelo)



Fonte: Elaborado pelos autores.

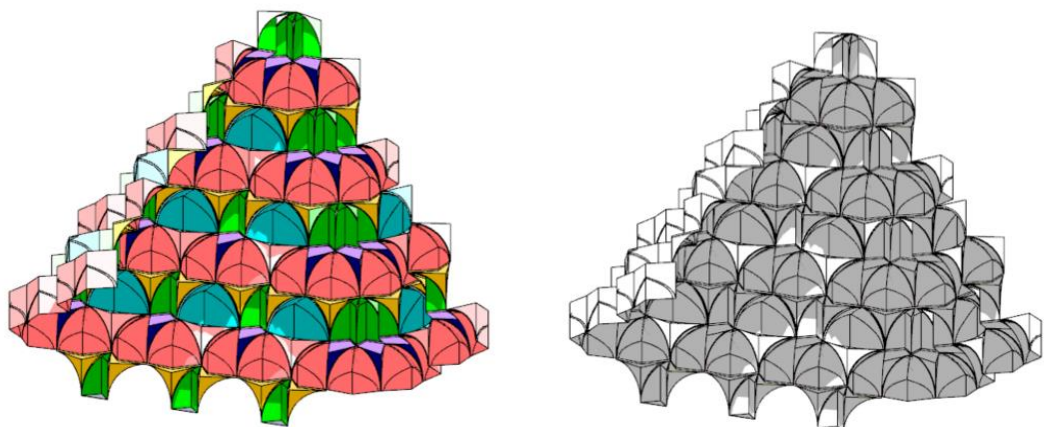
Com as peças encaixando de maneira adequada, foi possível criar o 3D do pórtico inteiro e dele extrair a sua projeção 2D (Figura 26).

Figura 26: Projeção 2D (vista de baixo) e elevação do pórtico interno do Han do Sultão



Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 27: Modelos 3D, com as peças coloridas, e a composição final homogênea



Fonte: Elaborado pelos autores.

4. Considerações Finais

Após a realização da pesquisa algumas observações se fazem necessárias. A primeira diz respeito à necessidade de incluir uma etapa metodológica não prevista de análise das proporções geométricas e matemáticas para que os encaixes funcionassem corretamente, descrito no item 3.3.

Também é pertinente comentar acerca das dificuldades encontradas, que residiram principalmente na modelagem 3D da Mesquita do Xá, que acabou se mostrando complexa em face do tempo demandado e das etapas da metodologia a vencer. O iwan da mesquita é de uma complexidade muito grande, o que foi possível de observar através da sua análise bidimensional apresentada no tópico 3.2. deste artigo.

Essa complexidade pode ser atribuída à natureza sagrada e importante do templo em questão, quando comparado com o Han do Sultão, que era apenas um caravansarai. Apesar de muito importante também, este não se compara à Grande Mesquita de Isfahan, representante de um império, sua crença e seu poder. Como já mencionado na introdução deste artigo, a cúpula de muqarnas possivelmente era associada não só ao paraíso celeste, mas também à criação do universo por Deus, o que corrobora para a sua maior complexidade em um templo religioso da magnitude da Mesquita estudada.

Também foi constatado ao longo desta análise geométrica que, possivelmente, o modo como os antigos artesãos esculpam as muqarnas se baseava muito mais em um método empírico do que propriamente em um cálculo geométrico, o que explica o fato de suas curvas não serem passíveis de reprodução dentro do sistema geométrico aqui analisado. Por fim, cabe salientar que a metodologia adotada foi certa para a compreensão da composição geométrico-construtiva deste elemento complexo da Arquitetura Islâmica, abarcando todas as etapas para este fim, e possibilitando aos interessados no tema o seu pleno entendimento.

5. Agradecimentos

Aqui deixamos nossos agradecimentos ao PIBIC-CNPq pelo financiamento à pesquisa, de 2022 a 2023, que deu origem a este artigo. Também agradecemos à Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo financiamento do atual projeto de Mestrado que segue para uma próxima etapa desta temática aqui apresentada, que propõe a análise geométrica de outros tipos de cúpulas, agora presentes na tipologia de edifícios de planta central.

Referências

CHING, F.D.K.; JARZOMBEK, M.; PRAKASH, V. **História Global da Arquitetura**. 1. ed. São Paulo: WMF Martins Fontes; Senac, 2016.

DEHKORDI, S. K. Iranian Seljuk Architecture with an Emphasis on Decorative Brickwork of the Qazvin Kharaqan Towers. **Journal of History Culture and Art Research**, v. 5, n. 4, p. 384–394, 2016.

DINÇER, Sevde Gülizar; YAZAR, Tuğrul. A comparative analysis of the digital re-constructions of muqarnas systems: The case study of Sultanhanı muqarnas in Central Anatolia. **International Journal of Architectural Computing**, v.12, n.3, Fev. 2021, p.360-385. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/1478077121992487>. Acesso em: 11 de Abr. de 2022.

- EFENDIOGLU, Gizen. Muqarnas Construction Techniques with Geometrical Background. **Nexus Architecture and Mathematics**. 2021. p. 287-292.
- GAROFALO, Vincenza. A methodology for studying muqarnas: The extant examples in Palermo. In: **Muqarnas, Volume 27**. Brill, 2011. p. 357-406.
- GHERARDINI, F.; LEALI, F. A Framework for 3D Pattern Analysis and Reconstruction of Persian Architectural Elements. **Nexus Network Journal**, v. 18, n. 1, p. 133–167, 1 abr. 2016.
- GONZALO, J. C. P.; ALKADI, R. M. Muqarnas Domes and Cornices in the Maghreb and Andalusia. **Nexus Network Journal**, v. 20, n. 1, p. 95–123, 1 abr. 2018.
- GRABAR, Oleg. **The Alhambra**. Allen Lane, 1978.
- HARMSSEN, S.; JUNGBLUT, D.; KROMKER, S. Seljuk Muqarnas along the Silk Road. **Universitat Heidelberg**, set. 2007.
- KAZEMPOURFARD, H. The evolution of muqarnas in Irsn from the Pre-Seljuk to Ilkhanid period. **Faculty of Built Environment Universiti Teknologi Malaysia**, 2014.
- MARIANI, Ceci Maria Costa Baptista; KUS, Atilla. Arquitetura islâmica nas mesquitas e seus efeitos sobre os adeptos. **REVER: Revista de Estudos da Religião**, v. 19, n. 1, 2019, p. 133-146.
- ROCCO, L. F. **A mesquita de Ibn Tūlūn como representação da herança arquitetônica árabe: estudo da Mesquita de Ibn Tūlūn como monumento-síntese das características árabes e das transferências de elementos arquitetônicos entre os povos não árabes**. Mestrado em Língua, Literatura e Cultura Árabe—São Paulo: Universidade de São Paulo, 26 fev. 2009.
- ROCHA, M. V. A Geometria do Mundo Islâmico: Uma Proposta Transdisciplinar Para a Engenharia Civil. **Malala**, p. 67–76, 3 out. 2017.
- SENHAJI, M.; BENSLIMANE, R. Automatic 3D muqarnas architectural patterns reconstruction using plane representation. **Journal of Cultural Heritage, Modern and Contemporary Art**. v. 35, p. 25–40, 1 jan. 2019.
- STIERLIN, H., 1976. *Ispahan : image du paradis*. Paris: La Bibliotheque des arts. **Strand, K.J. & Weiss, G.L.**, 2005. *Experiencing Social Research: A Reader*. Boston.
- TABBAA, Y. The Muqarnas Dome: Its Origin and Meaning. **Muqarnas**, v. 3, p. 61–74, 1985.
- TAHERI, J. Mathematical Knowledge of Architecture in the Works of Kâshânî. **Nexus Network Journal**, v. 11, n. 1, p. 77–88, 1 abr. 2009.